VEKTORANALYS
2. kursprovet
15.12.2014 kl 13-15

1. Bestäm konstanten $A \in \mathbb{R}$ så att vektorfältet $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$,

$$F(x, y) = (2x + ye^x, 2Ae^x)$$

blir exakt. Bestäm potentialen till vektorfältet F för detta värde på konstanten A.

2. Låt D vara delmängden $B(0,4) \setminus \bar{B}(0,2)$ i planet, där $B(0,\rho)$ är cirkelskivan med radien ρ och origo som mittpunkt. (Förtydligande: "\" avser komplementmängden.) Beräkna integralen

$$\int_D (x_1^2 + x_2^2)(3 + x_1)\, dx_1 dx_2.$$

(Tips: polära koordinater.)

3. Låt $H : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ vara vektorfältet $H(x, y) = (x^2y^2, y \cos x)$. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\partial D} H \cdot d\bar{s},$$

av vektorfältet H med hjälp av Greens formel, då $D =]0, \pi[\times]0, 1[\subset \mathbb{R}^2$.

4. Låt $Q \subset \mathbb{R}^3$ vara ytan

$$Q := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, z = x^2,\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2\}.$$

Integrera funktionen $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $g(x, y, z) = \sqrt{1 + 4x^2}$, över ytan Q, dvs. beräkna $\iint_Q g\, dS$.