

VEKTORANALYS 2014

1. KURSPROVET

20.10.2014

1. Är det möjligt att definiera funktionens $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \rightarrow \mathbf{R}$ värde $f(0,0)$ så att funktionen blir kontinuerlig i hela planet, då

$$f(x, y) := \frac{y^3 + x^2}{4x^2 + y^2}.$$

2. Vilka är funktionens $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2,$$

största och minsta värden på randen av enhetskulan? (Tips. Du kan exempelvis tillämpa metoden med Lagranges multiplikatorer i mängden $A_0 = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 1 = 0\}$.)

3. Definiera funktionerna $h : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ och $g : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ genom

$$h(x, y) := (e^{x+y}, e^{x-y}) \quad , \quad g(x, y) = (x^2 + y, -3x).$$

Beräkna derivatorna $h'(x, y)$ och $g'(x, y)$ i en godtycklig punkt (x, y) i planet. Ange formeln för den sammansatta funktionen $g \circ h$. Beräkna derivatan av funktionen $g \circ h$ i punkten $(1, 1)$.

4. Bestäm de lokala extremvärdespunkterna för följande funktion $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x, y) := x^3 - 9x + 4y^2.$$