

1. Undersök om serien  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{1/k}}{k^2}$  konvergerar.

2. Bestäm potensseriens  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k x^k}{\ln(k+2)}$  konvergensradie och -intervall.

3. Bestäm ett närmevärde till talet  $\sqrt[4]{e} = e^{1/4}$ , vars fel är mindre än 0,0001. Använd funktionens  $f(x) = e^x$  Taylor polynom  $T_n(x; 0)$  och Lagranges form av resttermen genom att först söka ett tillräckligt stort  $n \in \mathbb{N}_1$ .

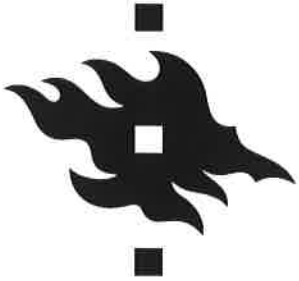
4. Låt  $(a_{k_j})$  vara en delföljd till följderna  $(a_k)$ .

(a) Visa att om serien  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  konvergerar absolut, så konvergerar också serien  $\sum_{j=1}^{\infty} a_{k_j}$  absolut.

(b) Visa att från den absoluta konvergensen av serien  $\sum_{j=1}^{\infty} a_{k_j}$  inte nödvändigtvis följer att

serien  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  konvergerar absolut. Det omvända resultatet till resultatet i del (a) gäller alltså inte.

**Obs! Ett svar som har erhållits med hjälp av en kalkylator räcker inte som motivering i någon av uppgifterna.**



1. Tutki, suppeneeko sarja  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{1/k}}{k^2}$ .
2. Määritä potenssisarjan  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k x^k}{\ln(k+2)}$  suppenemissäde ja -väli.
3. Määritä luvun  $\sqrt[4]{e} = e^{1/4}$  likiarvo, jonka virhe on pienempi kuin 0,0001. Käytä funktion  $f(x) = e^x$  Taylorin polynomia  $T_n(x; 0)$  ja Lagrangen jäännöstermimuotoa etsimällä ensin riittävän suuri  $n \in \mathbb{N}_1$ .
4. Olkoon  $(a_{k_j})$  jonon  $(a_k)$  osajono.
  - (a) Osoita, että jos sarja  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  suppenee itseisesti, niin sarja  $\sum_{j=1}^{\infty} a_{k_j}$  suppenee itseisesti.
  - (b) Osoita, että sarjan  $\sum_{j=1}^{\infty} a_{k_j}$  itseisestä suppenemisestä ei välttämättä seuraa sarjan  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  itseinen suppeneminen. Kohdan (a) tulokselle käänteinen tulos ei siis päde.

**Huom! Laskimella saatu vastaus ei missään tehtävässä riitä perusteluksi.**