

HU / Avdelningen för ekonomi
YET034b Matematik 2
Kursprov 14.11.2023 kl. 10:00–12:00

På baksidan av provet finns en formelsamling. Användning av andra hjälpmedel (tabelböcker, räknare) i provet är inte tillåtet.

Kom ihåg att motivera dina svar!

1. Derivera.

(a) $f(x) = 3x - x^5 + 2$ (b) $g(x) = \ln \frac{1}{x^2}$ (c) $h(x) = (x^3 + 2x - 1)e^x$
(d) $P(Q) = 3Q(Q - 2)$ (e) $a(s) = -9s^2 + 8s + 7$ (f) $q(t) = \frac{\ln t}{t^4 + 2}$

2. En funktion har uttrycket

$$p(x) = (x^2 + x - 1)e^x.$$

Bestäm

- (a) derivatafunktionen,
 - (b) de lokala extremställen och deras karaktär samt
 - (c) ekvationen för tangenten till funktionen p i punkten $x = 1$.
3. Enligt bokföringen i ett varuhus säljer man 480 chokladaskar per vecka, när priset är 4 euro per ask. Dessutom har man observerat att försäljningen minskar med 15 askar per vecka för varje 2 euro som priset per ask höjs. Vilket ska styckepriset på chokladaskarna vara för att inkomsterna från försäljningen av askarna ska vara så stor som möjligt? Hur många chokladaskar säljer man då under en vecka?
4. Låt $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ och

$$f(x, y) = x^3 - \frac{3}{2}y^2 + 3xy - 3y + 17.$$

- (a) Bestäm gradienten
- (b) Bestäm de kritiska punkterna till funktionen f , alltså lös $\nabla f(x, y) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.
- (c) I vilken riktning från punkten $(1, 1)$ växer funktionen mest? Vad är tillväxthastigheten i den riktningen? (Tips: Vad anger $|\nabla f(x, y)|$?)

Formelsamling

Lösningsformeln för andragradsekvationen $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Deriveringsregler

$$D(f + g)(x) = f'(x) + g'(x)$$

$$D(fg)(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$D\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}, \quad \text{om } g(x) \neq 0$$

$$Df(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

Elasticitet

$$\text{El}_x f(x) = \frac{f'(x)}{f(x)/x} = \frac{xf'(x)}{f(x)}$$

Grundformeln för ränteräkning

$$K = A \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Geometrisk serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} aq^{k-1} = \frac{a}{1-q}, \quad \text{om } -1 < q < 1$$

Enpunktsformeln och riktningskoefficienten för räta linjer

$$y - y_0 = k(x - x_0) \quad \text{och} \quad k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Normen (längden) av en vektor

$$\left\| \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$