

Helsingfors universitet
Institutionen för matematik och statistik
Logik 1
Kursförhör 2, 2.5.2014

1. Härled med naturlig deduktion satsen

$$\neg \forall x_0 \forall x_1 R_0(x_0, x_1)$$

från satsen $\forall x_0 \exists x_1 \neg R_0(x_0, x_1)$.

2. Ge ett semantiskt bevis för satsen

$$\forall x_0 \forall x_1 R_0(x_0, x_1) \rightarrow \forall x_0 R_0(F(x_0), x_0).$$

3. Låt $L = \{R_0\}$ och $\mathcal{M} = (M, R_0^{\mathcal{M}})$, där $M = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ och $R_0^{\mathcal{M}} = \{(m, n) \in \mathbb{N}^2 : n = 2m\}$. Visa utgående direkt från Tarskis sanningsdefinition att

$$\mathcal{M} \models \neg \exists x_0 \forall x_1 R_0(x_0, x_1).$$

4. Låt $L = \{R_0, c\}$, där R_0 är en tvåställig relationssymbol och c är en konstantsymbol. Låt $\mathcal{M}_1 = (\mathbb{Z}, <, 0)$ och $\mathcal{M}_2 = (\mathbb{Z}, <, 1)$ (dvs. $\text{dom}(\mathcal{M}_1) = \text{dom}(\mathcal{M}_2) = \mathbb{Z}$, $R_0^{\mathcal{M}_1} = R_0^{\mathcal{M}_2} = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 : a < b\}$, $c^{\mathcal{M}_1} = 0$ och $c^{\mathcal{M}_2} = 1$). Är \mathcal{M}_1 och \mathcal{M}_2 isomorfa? Motivera noggrant.