Helsingfors universitet
Institutionen för matematik och statistik
Logik I
Kursförhör 2
8.5.2015

1. Låt $L = \{P_0, R_0\}$ och låt $\mathcal{M} = (M, P_0^{\mathcal{M}}, R_0^{\mathcal{M}})$ vara en L-struktur där $M = \{0,1,2,3,4,5,6\}$, $P_0^{\mathcal{M}} = \{0,2,4,6\}$ och $R_0^{\mathcal{M}} = \{(0,1),(2,3),(4,5)\}$. Visa utgående från Tarskis sanningsdefinition att

$$\mathcal{M} \models \neg\exists x(P_0(x) \wedge \exists y R_0(y,x)).$$

2. Härled med naturlig deduktion satsen

$$\forall x P_0(x) \to \exists y P_1(y)$$

från satsen $\exists y \forall x(P_0(x) \to P_1(y))$.

3. Ge ett semantiskt bevis för

$$\neg\forall x \exists y R(x,y) \to \exists x \forall y \neg R(x,y).$$

4. Låt lexikonet vara $L = \{R_0, c_0\}$ och låt $\mathcal{M}$ och $\mathcal{M}'$ vara två L-strukturer vars universum är $\mathrm{dom}(\mathcal{M}) = \mathrm{dom}(\mathcal{M}') = \{1,2,3,4,5,6\}$ och där

$$R_0^{\mathcal{M}} = \{(1,2),(4,3),(5,6)\} \quad \text{och} \quad R_0^{\mathcal{M}'} = \{(3,2),(5,4),(1,6)\}$$

samt

$$c_0^{\mathcal{M}} = c_0^{\mathcal{M}'} = 3.$$

Är $\mathcal{M}$ och $\mathcal{M}'$ isomorfa? Motivera.

Helsingfors universitet
Institutionen för matematik och statistik
Logik I
Kursförhör 2
8.5.2015

1. Låt $L = \{P_0, R_0\}$ och låt $\mathcal{M} = (M, P_0^{\mathcal{M}}, R_0^{\mathcal{M}})$ vara en L-struktur där $M = \{0,1,2,3,4,5,6\}$, $P_0^{\mathcal{M}} = \{0,2,4,6\}$ och $R_0^{\mathcal{M}} = \{(0,1),(2,3),(4,5)\}$. Visa utgående från Tarskis sanningsdefinition att

$$\mathcal{M} \models \neg\exists x(P_0(x) \wedge \exists y R_0(y,x)).$$

2. Härled med naturlig deduktion satsen

$$\forall x P_0(x) \rightarrow \exists y P_1(y)$$

från satsen $\exists y \forall x(P_0(x) \rightarrow P_1(y))$.

3. Ge ett semantiskt bevis för

$$\neg\forall x \exists y R(x,y) \rightarrow \exists x \forall y \neg R(x,y).$$

4. Låt lexikonet vara $L = \{R_0, c_0\}$ och låt $\mathcal{M}$ och $\mathcal{M}'$ vara två L-strukturer vars universum är $\mathrm{dom}(\mathcal{M}) = \mathrm{dom}(\mathcal{M}') = \{1,2,3,4,5,6\}$ och där

$$R_0^{\mathcal{M}} = \{(1,2),(4,3),(5,6)\} \quad \text{och} \quad R_0^{\mathcal{M}'} = \{(3,2),(5,4),(1,6)\}$$

2 12 30 6 20 6

samt

$$c_0^{\mathcal{M}} = c_0^{\mathcal{M}'} = 3.$$

Är $\mathcal{M}$ och $\mathcal{M}'$ isomorfa? Motivera.