

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Logiikka I

Loppukoe/Huuskonen

9.8.2007

1. Tutki totuustaulun avulla, onko propositiolause $(p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_1$ propositiolauseen p_0 kanssa loogisesti ekvivalentti.
2. Osoita semanttisen puun avulla, että propositiolauseet $(p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_0$ ja p_0 ovat loogisesti ekvivalentit.
3. Esitä formaali todistus (ns. "luonnollinen päättely") seuraavalle:

$$\{\forall x_1(\neg P_0(x_1) \rightarrow P_0(x_1))\} \vdash P_0(c_0)$$

(Vihje: Tilapäisestä oletuksesta $\neg P_0(c_0)$ voi johtaa ristiriidan.)

4. Todista seuraava väite formaalin todistuksen ("luonnollisen päättelyn") olemassaolemattomuudesta.

$$\{\forall x_0(P_0(x_0) \vee P_1(x_0))\} \not\vdash \forall x_0 P_0(x_0) \vee \forall x_0 P_1(x_0)$$

Perustele soveltamalla eheyslausetta asianmukaisesti.

5. Osoita, että seuraava pallomallien ominaisuus ei ole määriteltävä predikaattilogiikassa:

Mallin alkioden lukumäärä on jaollinen luvulla 13.

(Oppikirjassa todistettuja väitteitä saa käyttää vapaasti hyväksi.)