Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Logiikka 1
2. Kurssikoe 2.5.2014

1. Anna luonnollinen päättely lauseelle

$$\neg \forall x_0 \forall x_1 R_0(x_0, x_1)$$

lauseesta $\forall x_0 \exists x_1 \neg R_0(x_0, x_1)$.

2. Anna semanttinen todistus lauseelle

$$\forall x_0 \forall x_1 R_0(x_0, x_1) \to \forall x_0 R_0(F(x_0), x_0).$$

3. Olkoon $L = \{R_0\}$ ja $\mathcal{M} = (M, R_0^{\mathcal{M}})$, missä $M = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ ja $R_0^{\mathcal{M}} = \{(m, n) \in \mathbb{N}^2 : n = 2m\}$. Osoita suoraan Tarksin totuusmääritelmään nojautuen, että

$$\mathcal{M} \models \neg \exists x_0 \forall x_1 R_0(x_0, x_1).$$

4. Olkoon $L = \{R_0, c\}$, missä R_0 on kaksipaikkainen relaatiosymboli ja c on vakiosymboli. Olkoot $\mathcal{M}_1 = (\mathbb{Z}, <, 0)$ ja $\mathcal{M}_2 = (\mathbb{Z}, <, 1)$ (eli $\mathrm{dom}(\mathcal{M}_1) = \mathrm{dom}(\mathcal{M}_2) = \mathbb{Z}$, $R_0^{\mathcal{M}_1} = R_0^{\mathcal{M}_2} = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 : a < b\}$, $c^{\mathcal{M}_1} = 0$ ja $c^{\mathcal{M}_2} = 1$). Ovatko $\mathcal{M}_1$ ja $\mathcal{M}_2$ isomorfiset? Perustele tarkasti.