

KOMBINATORIIKAN KURSSIN KOE

Arvostelu: 10p/tehtävä maksimissaan.
Kirjoita perustelut!

Onnea kokeeseen!

- (1) Shakissa on 8×8 -lauta. Toisella pelaajalla on mustat, toisella valkoiset nappulat, molemmilla on yksi kuningas, yksi kuningatar, kaksi lähettiä, kaksi hevosta, kaksi tornia ja kahdeksan sotilasta. Kuinka monella taalla nappulat voivat olla laudalla, kun yhdessä ruudussa voi olla korkeintaan yksi nappula? Säännöistä ei välitetä. Samanlaiset, samanväriset nappulat samaistetaan, (esimerkiksi kaikki mustat sotilaat samaistetaan,) eli niiden vaihto päittäin ei vaikuta. Numeerista arvoa ei tarvita, vaan lauseke riittää.
- (2) Kuinka moni lukua 400 pienempi positiivinen kokonaisluku on jaollinen joko kahdella tai seitsemällä, mutta ei viidellä?
- (3) Miten monella tavalla voidaan järjestää sanan KURSSIKOE kirjaimet muodostaen eri sanoja, jos vaaditaan, että mitkään kaksi samaa kirjainta eivät saa olla peräkkäin?
- (4) Anna kaava (joka ei ole rekursiivinen) rekursiivisen jonon $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ ($n \geq 2$) termille a_n , kun vaaditaan, että $a_0 = 0$. (Huomaa, että tässä todellakin on vain yksi alkuehto!)
- (5) Anna kaava (joka ei ole rekursiivinen) rekursiivisen jonon $a_n = 6a_{n-1} - 5a_{n-2} + 2$ ($n \geq 2$) termille a_n , kun $a_0 = 0$ ja $a_1 = 1$.
- (6) Huoneessa on 17 ihmistä. Nämä tervehtivät toisiaan seuraavasti: Osa mahdollisesti kättelee, osa mahdollisesti kumartaa toisilleen, ja osa mahdollisesti jättää tervehtimättä. Tervehdys, kuten myös sen tekemättä jättäminen on kaksipuoleista: joko kaksi henkilöä tervehtii toisiaan samoin (eli molemmat kättelevät tai molemmat kumartavat) tai jättää tervehtimättä. Ketkään kaksi eivät myöskään tervehdi toisiaan yli yhtä kertaa. Osoita, että huoneesta löytyy kolmen hengen joukko, niin, että kaikki joukon jäsenet ovat tervehtineet toisiaan samoin tai jättäneet tervehtimättä.

Hyvää kesää!