



I kursprovet får man använda en räknepapparat, men inga andra hjälpmedel (det är exempelvis inte tillåtet att använda en tabellsamling).

1. Beräkna integralen $\int_1^e \frac{1}{x} (1 + \ln x)^5 dx$.

2. Varför är integralen $\int_1^\infty \frac{x+1}{x^2+2x} dx$ oegentlig? Undersök om den konvergerar.

3. Låt $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \leq x < -1, \\ -1, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$$

och låt J vara delningen $-2, -1 - \frac{1}{n}, -1, 1, 1 + \frac{1}{n}, 2$ av intervallet $[-2, 2]$, då $n \in \mathbb{N}_1, n \geq 2$.

- (a) Beräkna översumman $\overline{S}_J(f)$ och undersumman $\underline{S}_J(f)$ som hör till delningen J för funktionen f .
- (b) Visa med hjälp av Riemanns integrerbarhetsvillkor att f är integrerbar. Vad är integralens värde?

4. Låt $f_n: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = e^{-nx}, n \in \mathbb{N}_1$.

- (a) Bestäm gransvärdesfunktionen $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n$.
- (b) Är konvergensen $f_n \rightarrow f$ likformig på intervallet $[0, 3]$?

Obs! Ett svar som erhållits med en räknepapparat räcker inte som motivering i någon av uppgifterna.