

HY / Matematiikan ja tilastotieteen osasto
MAT11005/AYMAT11005: Integraalilaskenta
Kurssikoe 2.3.2020
Sallitut apuvälineet: Ei apuvälineitä.

t1. (6p.) Laske

$$\int_0^{\pi} x \sin(x) dx.$$

Perustele vastauksesi.

t2. (6p.) Suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 + x} dx?$$

Perustele vastauksesi.

t3. (6p.) Laske

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^2 \left(\frac{x}{2+x^2} + \frac{1}{n} \sin(x^2) \right) dx.$$

Perustele vastauksesi.

t4. (6p) Olkoon $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ integroitava funktio ja olkoon $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ sellainen funktio, että $g(x) = f(x)$ kaikilla $x \in]0,1[$. Osoita, että g on integroitava.

$$\frac{1}{2} \int \frac{x}{(\frac{1}{\sqrt{2}}x)^2 + 1} dx$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \int \frac{x}{y^2 + 1} dy \quad \frac{1}{2} \int \frac{1}{\frac{1}{2} \ln |(\frac{1}{\sqrt{2}}x)|} dx$$

$$\frac{1}{2} \arctan(y)$$

$$\int \frac{x}{2+x^2} dx$$

$$y = 2+x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$dx = \frac{dy}{2x}$$

$$= \int \frac{1}{2} \frac{1}{y} dy$$

$$= \frac{1}{2} \ln |y|$$