

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Differentialkalkyl

Kursprov

22.12.2016

Tid: 2 t 30 min

Lämna utrymme ovan på första sidan av svarsappret för anteckning av poängtal.

1. Visa att

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{x-2} = \infty.$$

2. Betrakta den funktion $f: [0, 2] \rightarrow [0, 160]$ som definieras av ekvationen $f(x) = x^5 + x^7$. Visa att funktionen f har en strängt växande kontinuerlig invers funktion $g: [0, 160] \rightarrow [0, 2]$, som är deriverbar i intervallet $]0, 160[$. Bestäm $g'(2)$.

3. Visa att den funktion som definieras av ekvationen $f(x) = |x^2 - 2x|$ inte är deriverbar i punkten $x = 2$.

4. Betrakta den funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ som definieras av ekvationen

$$f(x) = \frac{x^2 \sin(e^{x^2})}{(x^4 + 1)e^{\sin x}}.$$

Visa att det finns ett reellt tal $a \in \mathbb{R}$, så att det för alla $x \in \mathbb{R}$ gäller att $f(x) \leq f(a)$. Obs.: I denna uppgift lönar det sig inte att undersöka derivatan!