



1. Tutki jatkuvuuden (ε, δ) -määritelmän avulla, onko funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{4} + 2, & x < 4, \\ \frac{x}{4}, & x \geq 4, \end{cases}$$

jatkuva pisteessä $x = 4$.

2. Olkoon $f: [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = xe^{-x}, \quad x \geq -1.$$

- (a) Määritä funktion f lokaalit ääriarvokohdat.
(b) Määritä funktion f pienin ja suurin arvo.
3. Tarkastellaan yhtälöä $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 4$, kun $x \geq 0$.
(a) Osoita, että yhtälöllä on ratkaisu.
(b) Osoita, että yhtälöllä on täsmälleen yksi ratkaisu.
4. Positiivisten lukujen a ja b *geometrinen keskiarvo* on \sqrt{ab} . Osoita, että lukujen a ja b , missä $b > a > 0$, geometrinen keskiarvo saadaan väliarvolauseessa esiintyvistä pisteistä $\xi \in (a, b)$ funktiolle $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Huom! Laskimella saatu vastaus ei missään tehtävässä riitä perusteluksi.