

Differentialekvationer II  
Kursprov 28.4. 2014

**Obs.** I kursprovet får ni ha med en ensidig minneslapp av storlek A4.

1. Sök alla lösningar  $y = y(x)$  till differentialekvationen

$$y''' + y'' + y' + y = 0$$

med hjälp av försöket  $y(x) = e^{rx}$ , där  $r$  är en konstant.

2. Undersök om vektorfunktionerna  $\{\bar{x}^1(t), \bar{x}^2(t)\}$  bildar ett fundamentalsystem av lösningar till differentialekvationssystemet

$$\bar{x}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{2}{t^2} & \frac{2}{t} \end{pmatrix} \bar{x}(t)$$

på intervallet  $(0, \infty)$ , där  $\bar{x}^1(t) = (t, 1)^T$ ,  $\bar{x}^2(t) = (t^2, 2t)^T$ .

3. Sök alla lösningar till det linjära differentialekvationssystemet

$$x_1'(t) = x_1(t)$$

$$x_2'(t) = x_1(t) + 2x_2(t)$$

$$x_3'(t) = x_1(t) + 2x_2(t) + 3x_3(t).$$

4. Sök alla lösningar till det icke-homogena systemet

$$x_1'(t) = x_1(t) + 2x_2(t) + e^t$$

$$x_2'(t) = 2x_1(t) + x_2(t) + 1.$$