

MAT21012 Differentialekvationer I
Kursprov 8.3.2018 (tid 2 h 30 min)

I kursprovet får ni ha med en ensidig handskriven minneslapp med storlek A4.

1. Sök alla lösningar $y = y(x)$ till följande differentialekvationer:

(a) $y' = e^{x-y}$ (3 p.)

(b) $y' - 3y = x$. (3 p.)

$$\int e^y dy = \int e^{-x} dx$$
$$e^y = e^{-x} + C$$
$$y = \ln(e^{-x} + C)$$

2. Undersök om differentialekvationen

$$1 + (1 + xy)e^{xy} + (1 + x^2e^{xy})y' = 0$$

är exakt i \mathbb{R}^2 och sök dess lösningar $y = y(x)$ i implicit form.

3. Sök alla lösningar till differentialekvationen

$$y'' - 6y' + 9y = x + 1.$$

Tips: det lönar sig att söka en lösning till differentialekvationen med hjälp av metoden med obestämda koefficienter.

4. Verifiera att $y_1(x) = x$ är en lösning till den linjära homogena differentialekvationen

$$x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$$

i intervallet $I = (0, \infty)$. Sök med reducering av ordningen en annan lösning $y_2(x) = C(x)x$ så att $\{y_1, y_2\}$ bildar ett fundamentalsystem av lösningar till differentialekvationen.