

Differentialekvationer I
Kursprov 24.2. 2014

Påminnelse: ni får ha med en ensidig minneslapp med storleken A4.

1. Sök alla lösningar $y = y(x)$ till differentialekvationen

$$y' = y + y^2$$

samt den lösning som satisfierar initialvillkoret $y(0) = 1$.

2. Verifiera att differentialekvationen

$$1 + x^2 + y^2 + 2xyy' = 0$$

är exakt och bestäm de implicita lösningarna $y = y(x)$.

3. Bestäm den allmänna lösningen $y = y(x)$ till differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 4y = e^x - e^{-x}.$$

Tips: sök en lösning till den icke-homogena ekvationen som har formen $y_0(x) = Ae^x + Be^{-x}$ (metoden med obestämda koefficienter).

4. Funktionen $y_1(x) = e^x$ löser differentialekvationen

$$y'' - \left(2 + \frac{1}{x}\right)y' + \left(1 + \frac{1}{x}\right)y = 0$$

på intervallet $(0, \infty)$. Sök med sk. reducering av ordningen en annan lösning $y_2(x) = C(x)e^x$, så att $\{y_1, y_2\}$ bildar ett fundamentalsystem av lösningar till ovanstående homogena differentialekvation.