

Tentissä ei saa olla mukana laskinta, taulukkokirjaa tai kirjallista materiaalia paitsi yksi A4-kokoinen sivu vapaasti valittavia muistiinpanoja, jossa max. noin 60 riviä \times 100 merkkiä / rivi

Seuraavassa y on tuntematon, reaaliarvoisesta x riippuva funktio.

1. a) (4 pist.) Ratkaise seuraava separoituva differentiaaliyhtälö:

$$y' + 6x^2 - 3x^2y = 0. \quad (1)$$

- b) (2 pist.) Ratkaise yhtälöön (1) liittyvä alkuarvoprobleema alkuehdolla $y(0) = 3$.

2. Esitä seuraavan differentiaaliyhtälön yleinen ratkaisu:

$$y'' - 4y = 3x^2.$$

3. Ratkaise Bernoullin yhtälö

$$y' = 4y - 4xy^3.$$

4. Tarkastellaan yhtälöä

$$xy - 1 + (x^2 - xy)y' = 0$$

alueessa $\{x > 0\}$. Yhtälö voidaan palauttaa eksaktiksi kertomalla se x :stä riippuvalla integroivalla tekijällä. Ratkaise yhtälö.

In the following problems y is an unknown function depending on the real variable x .

1. a) (4 points.) Solve the following separable differential equation:

$$y' + 6x^2 - 3x^2y = 0. \quad (1)$$

- b) (2 points.) Solve the initial value problem connected to the equation (1) with the initial condition $y(0) = 3$.

2. Write the general solution of the following differential equation:

$$y'' - 4y = 3x^2.$$

3. Solve the Bernoulli equation

$$y' = 4y - 4xy^3.$$

4. Consider the equation

$$xy - 1 + (x^2 - xy)y' = 0$$

in the domain $\{x > 0\}$. This equation can be made into an exact one by multiplying it by a factor depending on x . Solve the equation.