

HY / Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Differentiaaliyhtälöt I (MAT21012)

Yleinen tentti 10.01.2018 (Tentin kesto on kolme ja puoli tuntia.)

Tentissä ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja.

Ratkaise seuraavat tehtävät 1, 2, 3 ja 4. Jokaisesta tehtävästä saa enintään 6 pistettä.

1. Ratkaise yhtälö

$$y' + y = x + 1.$$

2. Tarkastellaan yhtälöä

(1) $ye^{2xy} + 1 + xe^{2xy}y' = 0.$

i) Näytä, että yhtälö (1) on eksakti;

ii) Määrä yhtälön (1) ratkaisut implisiittisessä muodossa $u(x, y) = C.$

3. Ratkaise yhtälö

$$y'' - y = x.$$

4. Tarkastellaan toisen kertaluvun differentiaaliyhtälöä

(2) $y'' - 2y' + y = 0$

i) Osoita, että funktio

$$y_1(x) = e^x$$

on yhtälön (2) ratkaisu;

ii) Määrittele mitä tarkoittaa yhtälön (2) ratkaisukanta;

iii) Etsi yhtälön (2) ratkaisukanta.