

1. (a) Bestäm konstanterna  $A$  och  $B$  så att

$$\frac{1}{x^2 + x - 2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}.$$

(b) Beräkna  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + x - 2}$ .

2. Undersök ifall den oegentliga integralen  $\int_0^{\infty} \frac{e^x}{x} dx$  konvergerar.

3. Låt  $f: [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  vara funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 1 \leq x \leq 2, \\ 2, & 2 < x < 3, \\ 3, & 3 \leq x \leq 4, \end{cases}$$

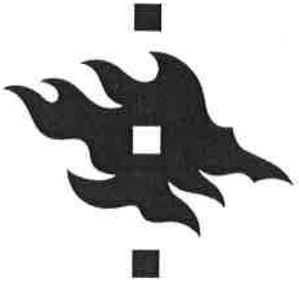
och låt  $1, 2, 2 + \frac{1}{n}, 3 - \frac{1}{n}, 3, 4$  vara indelningen  $J$  av intervallet  $[1, 4]$ , där  $n \in \mathbb{N}_1, n \geq 3$ .

- (a) Beräkna undersumman  $\underline{S}_J(f)$  och översumman  $\overline{S}_J(f)$ .  
(b) Visa på basen av del (a) och Riemanns integrerbarhetsvillkor att  $f$  är integrerbar.
4. (a) Låt  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  vara en funktion, vars andra derivata  $f''$  är kontinuerlig på intervallet  $[-1, 1]$ . Visa att

$$\int_{-1}^1 x f''(x) dx = f'(1) + f'(-1) - f(1) + f(-1).$$

- (b) Beräkna

$$\int_{-1}^1 x e^x dx.$$



1. (a) Määritä vakiot  $A$  ja  $B$  siten, että

$$\frac{1}{x^2 + x - 2} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 2}.$$

(b) Laske  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + x - 2}$ .

2. Tutki, suppeneeko epäoleellinen integraali  $\int_0^{\infty} \frac{e^x}{x} dx$ .

3. Olkoon  $f: [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  funktio

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 1 \leq x \leq 2, \\ 2, & 2 < x < 3, \\ 3, & 3 \leq x \leq 4, \end{cases}$$

ja olkoon  $1, 2, 2 + \frac{1}{n}, 3 - \frac{1}{n}, 3, 4$  välin  $[1, 4]$  jako  $J$ , missä  $n \in \mathbb{N}_1, n \geq 3$ .

- (a) Laske alasumma  $\underline{S}_J(f)$  ja yläsumma  $\overline{S}_J(f)$ .  
(b) Osoita kohdan (a) ja Riemannin integroituvuusehdon perusteella, että  $f$  on integroitava.
4. (a) Olkoon  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  funktio, jonka toinen derivaatta  $f''$  on jatkuva välillä  $[-1, 1]$ .  
Osoita, että

$$\int_{-1}^1 x f''(x) dx = f'(1) + f'(-1) - f(1) + f(-1).$$

- (b) Laske

$$\int_{-1}^1 x e^x dx.$$