HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Institutionen för matematik och statistik

Analys II

Kursprov 2, 6.5.2014

1. Undersök om serien $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{k}\right)^k$ konvergerar.

2. Anta att serien $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergerar absolut. Visa att serien $\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx)$ konvergerar likformigt i $\mathbb{R}$.

3. Bestäm potensseriens $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3(x+1)^k}{3^k}$
   (a) konvergensradie,
   (b) centrumpunkten och konvergensintervallet.
   (c) Beräkna $S'(-1)$ och $S^{(2014)}(-1)$, då vi betecknar $S(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3(x+1)^k}{3^k}$ för alla punkter x i konvergensintervallet.

4. Låt oss undersöka funktionen $f(x) = e^{\sin x}$, $x \in \mathbb{R}$.
   (a) Bestäm Taylor polynomet $T_2(x; 0)$ för f.
   (b) Undersök om funktionen f har extremvärden i punkterna $n \cdot \frac{\pi}{2}$, där $n \in \mathbb{Z}$. Om den har, ar det fråga om minimum- eller maximumpunkter?

HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Analyysi II
Kurssikoe 2, 6.5.2014

1. Tutki, suppeneeko sarja $\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{k}\right)^k$.

2. Oletetaan, että sarja $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ suppenee itseisesti. Osoita, että sarja $\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx)$ suppenee tasaisesti $\mathbb{R}$:ssä.

3. Määritä potenssisarjan $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3(x+1)^k}{3^k}$
   (a) suppenemissäde,
   (b) keskus ja suppenemisväli.
   (c) Laske $S'(-1)$ ja $S^{(2014)}(-1)$, kun merkitään $S(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3(x+1)^k}{3^k}$ kaikilla suppenemisvälin pisteillä x.

4. Tarkastellaan funktiota $f(x) = e^{\sin x}$, $x \in \mathbb{R}$.
   (a) Määritä funktion f Taylorin polynomi $T_2(x; 0)$.
   (b) Tutki, onko funktiolla f ääriarvoja pisteissä $n \cdot \frac{\pi}{2}$, missä $n \in \mathbb{Z}$. Jos on, niin onko kyseessä minimi- vai maksimikohta?