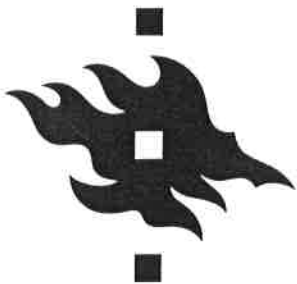


1. Undersök om serien  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^{2/3}}{10^k}$  konvergerar.
2. Bestäm potensseriens  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{2^k} (x-5)^k$  konvergensradie, centrum och konvergensintervall.
3. Låt  $f_n: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{(n+1)x}{n}$ ,  $n \in \mathbb{N}_1$ .
  - (a) Bestäm gränsvfunktionen  $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n$ .
  - (b) Är konvergensen  $f_n \rightarrow f$  likformig i intervallet  $[0, 2]$ ?
  - (c) Beräkna  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^2 f_n(x) dx$ .
4. (a) Bestäm Taylorutvecklingen  $f(x) = T_2(x; 0) + x^2 \varepsilon(x)$  för funktionen  $f(x) = \ln(1+x)$ .
  - (b) Anta att  $g: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  är två gånger kontinuerligt deriverbar och  $g(0) = 0$  samt  $g'(0) = 2$ . Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)^2}{\ln(1+x) - x}$$

**Obs! Ett svar som erhållits med hjälp av en kalkylator räcker inte som motivering i någon av uppgifterna.**



$$\frac{\frac{k!}{2^k}}{\frac{(k+1)!}{2^{k+1}}} = \frac{k!}{2^k} \cdot \frac{2^{k+1}}{(k+1)!} = \frac{2}{k+1}$$

1. Undersök om serien  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^{2/3}}{10^k}$  konvergerar.

2. Bestäm potensseriens  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{2^k} (x-5)^k$  konvergensradie, centrum och konvergensintervall.

3. Låt  $f_n: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{(n+1)x}{n}$ ,  $n \in \mathbb{N}_1$ .

(a) Bestäm gränsvfunktionen  $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n$ .

(b) Är konvergensen  $f_n \rightarrow f$  likformig i intervallet  $[0, 2]$ ?

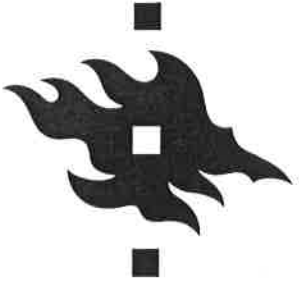
(c) Beräkna  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^2 f_n(x) dx$ .

4. (a) Bestäm Taylorutvecklingen  $f(x) = T_2(x; 0) + x^2 \varepsilon(x)$  för funktionen  $f(x) = \ln(1+x)$ .

(b) Anta att  $g: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  är två gånger kontinuerligt deriverbar och  $g(0) = 0$  samt  $g'(0) = 2$ . Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)^2}{\ln(1+x) - x}$$

**Obs! Ett svar som erhållits med hjälp av en kalkylator räcker inte som motivering i någon av uppgifterna.**



1. Tutki, suppeneeko sarja  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^{2/3}}{10^k}$ .

2. Määritä potenssisarjan  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{2^k} (x-5)^k$  suppenemissäde, keskus ja suppenemisväli.

3. Olkoot  $f_n: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{(n+1)x}{n}$ ,  $n \in \mathbb{N}_1$ .

(a) Määritä rajafunktio  $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n$ .

(b) Onko suppeneminen  $f_n \rightarrow f$  tasaista välillä  $[0, 2]$ ?

(c) Laske  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^2 f_n(x) dx$ .

4. (a) Muodosta funktiolle  $f(x) = \ln(1+x)$  Taylorin kehitelmä  $f(x) = T_2(x; 0) + x^2 \varepsilon(x)$ .

(b) Oletetaan, että  $g: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  on kaksi kertaa jatkuvasti derivoituva ja  $g(0) = 0$  sekä  $g'(0) = 2$ . Laske

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)^2}{\ln(1+x) - x}.$$

**Huom! Laskimella saatu vastaus ei missään tehtävässä riitä perusteluksi.**