

Algebralliset rakenteet I

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos

Kurssikoe

9.3.2016

Koeaika on kaksi ja puoli tuntia.

1. Ohessa on annettu erään ryhmän $G = \{a, b, c, d, x, y\}$ kertotaulu.

\cdot	a	b	c	d	x	y
a	a	b	c	d	x	y
b	b	c	a	x	y	d
c	c	a	b	y	d	x
d	d	x	y	b	c	a
x	x	y	d	c	a	b
y	y	d	x	a	b	c

$$\begin{aligned}d \\ d^2 &= b \\ d^3 &= x \\ d^4 &= c \\ d^5 &= y \\ d^6 &= a\end{aligned}$$

- (a) Määritä alkio d^{-2} .
(b) Määritä alkion b kertaluku.
(c) Onko ryhmä G syklinen?
2. Määritellään kokonaislukujen laskutoimitus $*$ seuraavasti. Jos $a, b \in \mathbb{Z}$, niin

$$a * b = a + b - 1.$$

Osoita, että $(\mathbb{Z}, *)$ on ryhmä.

3. Tutkitaan ryhmää S_6 .

- (a) Määritä tulo $(153)(24) \cdot (14)(23)$.
(b) Määritä alkion $(132)(564)$ käänteisalkio.
(c) Osoita, että kuvaus $f: S_5 \rightarrow S_5$, $f(\sigma) = (146)\sigma(164)$ on ryhmäisomorfismi.

4. a) Miten kuuluu Lagrangen lause? Kuvaile omin sanoin, miksi lause pitää paikkansa.
b) Määritä aliryhmän $\{[0]_8, [4]_8\}$ vasemmat sivuluokat ryhmässä \mathbb{Z}_8 .