

1. Skissa den klassiska Maxwell-Boltzmann fördelningen för partikel hastigheter i en  $(n(v_x))$  och tre  $(n(v))$  dimensioner. Beskriv de centrala skillnaderna och förklara varifrån de uppkommer. Vad är skillnaden mellan begreppen medelhastighet och rms-hastighet?
2. Visa att vid hög temperatur – d.v.s. då  $k_B T \gg \hbar\omega$  – så är partitionsfunktionen för en simple harmonisk oskillator

$$Z \approx \frac{1}{\beta \hbar \omega}. \quad (1)$$

Ta reda på  $U$ ,  $C_V$ ,  $F$ ,  $S$  för oskillatorn vid hög temperatur.

3. Om partitionsfunktionen för en gas av  $N$  identiska partiklar är  $Z_N = Z_1^N / N!$ , där  $Z_1$  är enpartikelpartitionsfunktionen, visa att den kemiska potentialen är

$$\mu = -kT \ln \left( \frac{Z_1}{N} \right) \quad (2)$$

Ni kan ha nytta av Stirlings formel  $\ln(N!) \approx N \ln(N) - N$

4. Visa att då nollpunktsenergin ignoreras så ges partitionsfunktionen för en gas av fotoner i volymen  $V$  av

$$\ln(Z) = -\frac{V}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^2 \ln(1 - e^{-\beta \hbar \omega}) \quad (3)$$

Då partiell integrering av uttrycket i Ekv. (3) ger

$$\ln(Z) = \frac{V \pi^2 (kT)^3}{45 \hbar^3 c^3} \quad (4)$$

visa att

(a)

$$F = -\frac{4\sigma VT^4}{3c} \quad (5)$$

$$S = \frac{16\sigma VT^3}{3c} \quad (6)$$

$$U = \frac{4\sigma VT^4}{c} \quad (7)$$

$$p = \frac{4\sigma T^4}{3c} \quad (8)$$

5. Beskriv Bose-Einstein och Fermi-Dirac distributionerna och förklara skillnaderna. Vad är skillnaderna mellan partiklar som följer Bose-Einstein distributionen och Fermi-Dirac distributionen? Ge två exempel var. (ca. 1 sida)
6. Beräkna fria medelvägen för  $N_2$  molekyler vid rumstemperatur i en vakumkammare där trycket är  $10^{-10}$  mbar. Du kan anta att radien för en  $N_2$  molekyl är 0.18 nm. Beräkna också tiden i medeltal mellan kollisioner (du kan anta att medelhastigheten är  $\langle v \rangle = 475 \text{ m s}^{-1}$ ). Kammaren har en diameter på 0.5 m. Hur ofta träffar partiklarna väggarna i medeltal? Jämför detta med hur ofta partiklarna kolliderar med andra partiklar. Om man plötsligt ökar trycket till  $10^{-6}$  mbar, hur påverkas dessa resultat?