

Kokeessa sallitaan vain kynä ja kumi. Laske joka tehtävä omalle paperilleen! Muista kirjoittaa nimesi ja opiskelijanumerosi jokaiseen paperiin!

1. Karteesisessa (x, y, z) kannassa vektorit \vec{a} ja \vec{b} ovat

$$\vec{a} = (2, 1, 0) \quad \vec{b} = (2, -1, 0)$$

(a) Laske $\vec{a} \times \vec{b}$

(b) Jaa vektori \vec{a} vektori \vec{b} :n suuntaiseen ja sitä vastaan kohtisuoraan komponenttiin.

2. Derivoi seuraavat funktiot x :n suhteen

(a) $\sqrt{1+x^2}$

(b) $x \tan x$

(c) $\ln\left(\frac{1}{x-1}\right)$

3. Laske integraalit

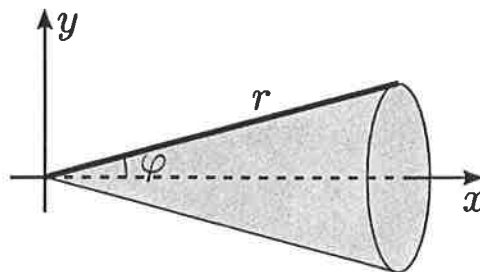
(a) $\int \frac{dx}{1+e^x}$

(b) $\int e^{-x} \cos x \, dx$

4. Laske

$$\int_0^1 \frac{x}{(x+1)(x+2)} \, dx$$

5. Muodosta funktion $f(x) = e^{2x} + e^{-2x}$ Taylorin sarja kehityspisteenä origo. Millä x :n arvoilla kyseinen sarja suppenee? Mikä toisen asteen polynomi approksimoi funktiota $f(x)$ origon ympäristössä?
6. Origosta lähtevä r -pituisen jana muodostaa x -akselin kanssa kulman φ . Pyörähdyškappale muodostuu oheisen kuvan mukaisesti, kun jana pyörii x -akselin ympäri. Millä kulmalta φ pyörähdyškappaleen tilavuus on suurimmillaan?



$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_i a_i b_i$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = \left(\frac{df}{dg}\right) \left(\frac{dg}{dx}\right)$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$$

$$s = \int_a^b dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$V = \pi \int_a^b dx (y(x))^2$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\frac{d}{dx} f(x)g(x) = f'g + fg'$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$$

$$\int_a^b f'g dx = \int_a^b fg - \int_a^b fg' dx$$

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{c_n}{c_{n+1}} \right|$$

$$A = 2\pi \int_a^b dx y(x) \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$