

58131 Tietorakenteet ja algoritmit (kevät 2017)

Kurssikoe 2 (10.5.2017)

Tentissä saa olla mukana käsin kirjoitettu yksi A4-kokoinen ”luntilappu”, jonka molemmilla puolilla saa olla tekstiä.

Vastaa kuhunkin tehtävään erilliselle konseptipaperille. Kirjoita jokaisen paperin yläkulmaan **kurssin nimi, kokeen päivämäärä, nimi, nimikirjoitus ja opiskelijanumero**. Vaikka jättäisit johonkin tehtävään vastaamatta, palauta silti vastauspaperi kyseiseen tehtävään.

Tehtävissä, joissa pyydetään algoritmia, voit käyttää luentojen (Cormenin) tyyppistä pseudokoodia tai muita ymmärrettäviä pseudokoodityylejä tai oikeaa ohjelmointikieltä, esim. Javaa. Jos käytät oikeaa ohjelmointikieltä, selitä erityisen hyvin, mitä ohjelmassasi tapahtuu, äläkä käytä mitään kielen erikoista piirrettä tai valmiita kirjastoja.

Vastaa kaikkien kysymysten kaikkiin kohtiin. Kokeen maksimipistemäärä on 22.

1. [4 pistettä]

- (a) Esitä yksityiskohtaisena pseudokoodina, miten minimikeon lisäysoperaatio HEAP-INSERT toimii.
- (b) Esitä pseudokoodina, miten kekojärjestäminen (HEAP-SORT) toimii. Voit olettaa keon perusoperaatiot kuten HEAPIFY annetuiksi, niiden pseudokoodia ei tarvitse esittää. Mitä hyviä ja huonoja puolia kekojärjestämisellä on muihin järjestämisalgoritmeihin verrattuna?

2. [6 pistettä] Syötteenä on annettu suunnattu painottamaton verkko $G = (V, E)$, jonka jokainen solmu on väritetty jollain k eri väristä, sekä solmut s ja t . Tavoitteena olisi löytää lyhin sellainen polku $s \rightsquigarrow t$, joka ei missään vaiheessa kulje kolmea kertaa *peräkkäin* samanvärisen solmun kautta.

- (a) Ongelmaan on ehdotettu seuraavanlaista ratkaisua: Algoritmi toimii muuten kuten leveyshaku, mutta jokaisen solmun kohdalla otetaan talteen tieto siitä, onko siihen saavuttu samanvärisestä solmusta kuin se itse on. Jos tämä pitää paikkaansa, ei vieruslistaa käydessä oteta huomioon kaaria, jotka johtavat samanväriseen solmuun.
Osoita että algoritmi ei toimi antamalla esimerkki verkosta G ja solmuista s, t , joilla algoritmi päättyy väärään tulokseen. Vastauksessa tulee simuloida pääpiirteittäin algoritmin toiminta annetulla syötteellä ja näyttää, että algoritmin tuottama vastaus todellakin on väärin.
- (b) Suunnittele algoritmi, joka löytää lyhimmän kelvollisen polun $s \rightsquigarrow t$ ajassa $O(|V| + |E|)$. Perustele aikavaativuus.

Käännä!

3. [6 pistettä] Kuten tiedämme, Dijkstran algoritmi etsii painotetussa verkossa kaikki lyhimmät polut annetusta lähtösolmusta.
- (a) Selitä Dijkstran algoritmin toimintaperiaate. Sopiva kuvauksen taso on muutama virkkeen selitys algoritmin toimintaperiaatteesta ja sen havainnollistaminen lyhyellä esimerkkisimulaatiolla. Yksityiskohtaista pseudokoodia ei tarvitse esittää. Mainitse kuitenkin, mitä keskeisiä aputietorakenteita algoritmi käyttää.
 - (b) Oletetaan nyt, että suunnatussa verkossa paitsi kaarilla myös solmuilla on paino. Kaikki painot ovat positiivisia kokonaislukuja. Polun pituudeksi määritellään sillä olevien solmujen ja kaarten painojen summa, mukaanlukien alku- ja loppusolmu. Miten muokkaisit tai soveltaisit Dijkstran algoritmia lyhimpien polkujen löytämiseksi tässä tilanteessa? Ratkaisuperiaatteen sanallinen selitys riittää, pseudokoodia ei tarvitse esittää.
4. [6 pistettä] Ilmoita kummastakin seuraavasta väitteestä, pitääkö se paikkansa. Perustele vastauksesi täsmällisesti. Kummassakin kohdassa oletetaan, että G on painotettu suuntaamaton verkko, jonka kaikilla kaarilla on eri paino.
- (a) Jos kahden solmun s ja t välinen lyhin polku sisältää kaaren e , niin kaari e sisältyy myös verkon G pienimpään virittävään puuhun.
 - (b) Jos e on jonkin verkon G syklin kaarista painoltaan suurin, niin se ei kuulu verkon G pienimpään virittävään puuhun.