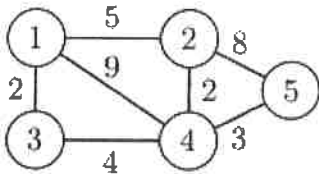


Tentin kesto: 2 h 30 min

Kirjoita jokaisen tehtävän vastaus **erilliselle konseptiarkille**. Merkitse jokaiseen paperiin oma nimesi ja opiskelijanumerosi. Jos käytät lunttilappua, palauta se vastaustesi mukana.

Tehtävä 1 (4 pistettä)

Miten Primin algoritmi käsittelee seuraavan verkon? Näytä sopiva määrä välivaiheita ja lopputulos.



Tehtävä 2 (4 pistettä)

Vastaa lyhyesti jokaiseen seuraavaan kohtaan:

1. Anna esimerkki verkosta, jossa on tasan kolme solmua ja joka on puu.
2. Anna esimerkki verkosta, joka on yhtenäinen mutta ei vahvasti yhtenäinen.
3. Anna esimerkki verkosta, jonka topologinen järjestys on [4, 2, 3, 1].
4. Anna esimerkki verkosta, jonka jokaisen solmun aste on parillinen.
5. Mitä etua leveyshausta on syvyyshakuun verrattuna?
6. Mitä etua syvyyshakuusta on leveyshakuun verrattuna?
7. Miten binäärihakua voi käyttää algoritmien suunnittelussa?
8. Miten dynaamista ohjelmointia voi käyttää repunpakkaus-ongelmissa?

Saat jokaisesta oikeasta vastauksesta 0.5 pistettä, ja tehtävän kokonaispistemäärä on näiden pisteiden summa pyöristettynä alaspäin kokonaisluvuksi.

Tehtävä 3 (6 pistettä)

Sinulle annetaan tiedot kaupungeista ja niiden välisistä kaksisuuntaisista teistä. Jokaisen kahden kaupungin välillä on olemassa jokin reitti teitä pitkin. Tehtäväsi on tutkia, onko mahdollista poistaa jokin tie niin, että poiston jälkeen edelleen jokaisen kahden kaupungin välillä on reitti.

Esimerkiksi jos kaupungit ovat A, B ja C ja tiet ovat A–B, B–C ja A–C, vastaus on "kyllä", koska voit esimerkiksi poistaa tien A–B.

Jos taas kaupungit ovat A, B ja C ja tiet ovat A–B ja A–C, vastaus on "ei", koska molemmat tiet ovat välttämättömiä.

Selosta, miten voit mallintaa ongelman verkkona. Mikä verkon ominaisuus kertoo, onko vastaus ongelmaan "kyllä" vai "ei"?



Tehtävä 4 (6 pistettä)

Tehtäväsi on suunnitella algoritmi, jolle annetaan kokonaisluku n ja joka ilmoittaa, montako tapaa on muodostaa n -merkinen merkkijono, jossa jokainen merkki on 0 tai 1 ja missään kohtaa ei ole kolmea samaa merkkiä peräkkäin.

Esimerkiksi jos n on 4, algoritmin tulee antaa vastaus 10, koska sallitut merkkijonot ovat 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 1001, 1010, 1011, 1100 ja 1101.

Suunnittele tehtävään dynaamisen ohjelmoinnin algoritmi. Algoritmin tulee toimia ajassa $O(n)$ tai tehokkaammin.

Kuvaile ensin algoritmin toimintaidea muutamalla virkkeellä. Anna tämän jälkeen algoritmin koodi ja perustele sen aikavaativuus. Voit käyttää pseudokoodia tai haluamaasi ohjelmointikieltä, ja voit käyttää kurssilla esitettyjä tietorakenteita.

Annoitko jo kurssipalautteen?

Voit antaa kurssipalautteen vielä tänään tai huomenna kurssisivuston ohjeiden mukaisesti. Saat palautteen antamalla yhden ylimääräisen tenttipisteen.

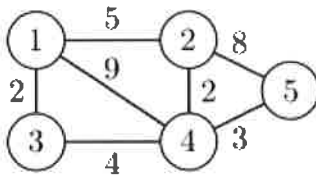
Data Structures and Algorithms, Fall 2018
Exam 18.12.2018 / Antti Laaksonen

Duration: 2 h 30 min

Write the answer to each problem **in a separate paper**. Write down your name and student number on each paper. If you use a cheat sheet, return it with your answers.

Problem 1 (4 points)

How does Prim's algorithm process the following graph? Show a suitable number of intermediate steps and the final result.



Problem 2 (4 points)

Write a short answer to each question:

1. Give an example of a graph that has exactly three nodes and is a tree.
2. Give an example of a graph that is connected but not strongly connected.
3. Give an example of a graph whose topological sort is [4, 2, 3, 1].
4. Give an example of a graph where each node has an even degree.
5. What is the benefit of using breadth-first search, compared to depth-first search?
6. What is the benefit of using depth-first search, compared to breadth-first search?
7. How can binary search be used in algorithm design?
8. How can dynamic programming be used in the knapsack problem?

You will get 0.5 points for each correct answer, and the total score for the problem will be the sum of these points, rounded down to an integer.

Problem 3 (6 points)

You are given a set of cities and bidirectional roads between them. There is a route between each pair of two cities using the roads. Your task is to find out if it is possible to remove a road so that after the removal, there is still a route between each pair of two cities.

For example, if the cities are A, B and C and the roads are A–B, B–C and A–C, the answer is "yes", because you can remove, for example, the road A–B.

However, if the cities are A, B and C and the roads are A–B and A–C, the answer is "no", because both the roads are necessary.

Describe how you can model the problem as a graph. Which property of the graph indicates if the answer is "yes" or "no"?

Problem 4 (6 points)

You are given an integer n and your task is to calculate the total number of ways to construct a string of length n whose each character is 0 or 1 and there are no three consecutive positions where each character is the same.

For example, if n is 4, the correct answer is 10, because the valid strings are 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 1001, 1010, 1011, 1100 and 1101.

Your task is to design a dynamic programming algorithm for the task. The algorithm must work in $O(n)$ time or more efficiently.

First explain the idea of the algorithm in 1–2 sentences. After this, give a code for the algorithm and explain why it works efficiently. You can use pseudocode or any programming language, and you can use the data structures discussed during the course.

Did you already give course feedback?

You can still give feedback today or tomorrow according to the instructions on the course site. You will get one extra exam point for giving feedback.