

TKT20005 Beräkningsmodeller (hösten 2020) Mellantentamen II (14.10)

Besvara alla deluppgifter. Denna mellantentamen ger maximalt 24 poäng.

1. (4 + 4 poäng)

(a) Ange en kontextfri grammatik för språket

$$\{ a^m b^{2m} a^{2n} b^n \mid m, n \in \mathbf{N} \}.$$

i alfabetet $\{ a, b \}$.

(b) Ange en kontextfri grammatik för språket

$$\{ a^p b^q a^r \mid p, q, r \in \mathbf{N} \text{ och } q > p + r \}$$

i alfabetet $\{ a, b \}$.

2. (6 poäng) Låt P vara ett Javaprogram, x en av dess metoder och s någon av möjliga indata till det. Målet är att bestämma, om metoden x kallas på en enda gång under exekveringen av P , när indata är s . Existerar det för detta beräkningsproblem en lösningsalgoritm, som löser det korrekt för alla fall av (P, x, s) ? Bevisa ditt påstående. För beviset kan användas vilka som helst resultat som presenterats under kursen.

3. (2 + 4 + 4 poäng) En *dominerande mängd* i en oriktad graf är en mängd av dess noder så att varje nod i grafen antingen hör till ifrågakvarande mängd eller är granne till en nod som gör det.

Med andra ord, om $G = (V, E)$ är en oriktad graf och $S \subseteq V$ en mängd av noder i G , så är S en dominerande mängd, om för varje nod $v \in V$ mängden $\{v\} \cup \{u \in V \mid (u, v) \in E\}$ innehåller åtminstone ett element ur mängden S .

(a) Ge exempel på en graf, som har en dominerande mängd som består av tre noder, men inte har en som består av två. Motivera varför grafen som angivits har denna egenskap.

(b) I *dominerande mängd-problemet* ges som input en oriktad graf G och ett naturligt tal k . Målet är att bestämma, huruvida grafen G har en dominerande mängd med exakt k noder. Uttryck dominerande mängd-problemet som ett formellt språk.

Visa, att dominerande mängd-problemet hör till klassen NP. Som lösning räcker en schematisk beskrivning av en algoritm som behövs för detta och en kort motivering för att algoritmen har behövliga egenskaper.

(c) I själva verket är det känt, att dominerande mängd-problemet är NP-fullständigt. Hur hänger alltså P vs. NP-problemet samman med lösningsalgoritmerna för det här problemet? Motivera kort med hjälp av resultat presenterade under kursen.